



Intercambiadores de Calor

Profesor: Gloria Gutiérrez Rodríguez

Introducción

Las corrientes que forman parte de una planta industrial química o de proceso, pueden ser de dos tipos:

- Corrientes “calientes”, son las que por necesidad del proceso deben enfriarse
- Corrientes “frías”, las que deben calentarse

Tanto los calentamientos como los enfriamientos, consumen energía y esto claramente representa un gasto económico elevado y no deseado.

Lo lógico sería utilizar una corriente caliente para calentar una fría, pero en plantas con muchas corrientes, es difícil emparejar de manera óptima dos corrientes.

TECNOLOGÍA PINCH !!!!!

Introducción

Se deben tomar los datos del diagrama de flujo de la planta si ya existe, o plantearlo si se pretende diseñar. La información puede ser numérica o no

De la información numérica se obtienen los datos para realizar el cálculo de los cambiadores de calor: temperaturas, cambios de entalpías, características de la corriente y sus propiedades físicas.

De la información no numérica se obtiene información cualitativa, derivada del conocimiento del proceso:

- en qué medida se puede modificar una corriente
- de cara al control si es conveniente que las temperaturas se mantengan próximas a las del diseño
- seguridad a la hora del emparejamiento

Introducción

Diagrama Temperatura-entalpía de una corriente

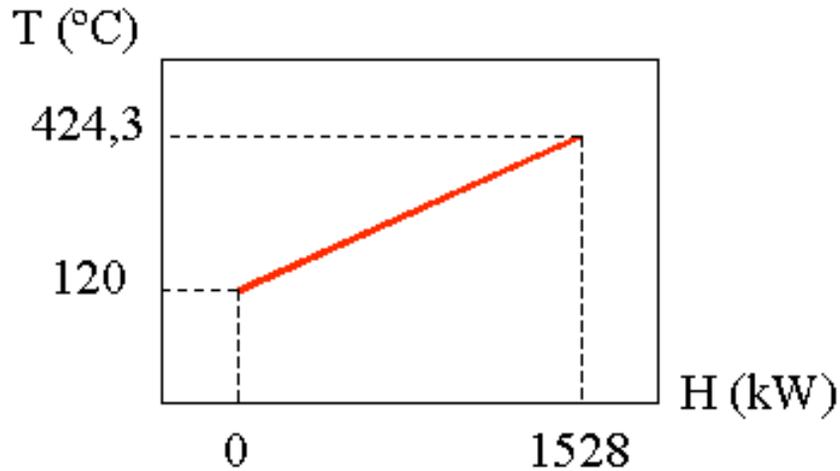
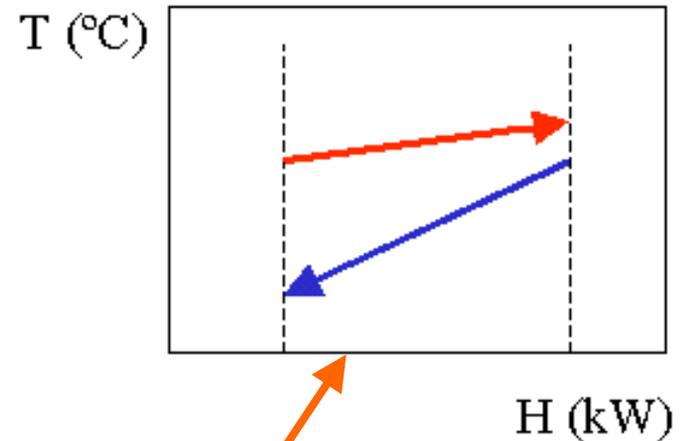


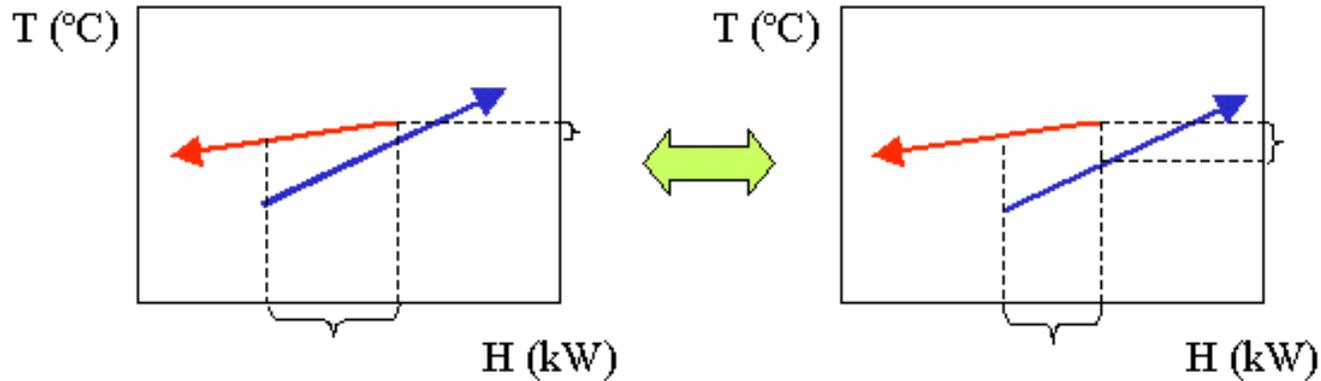
Diagrama Temperatura-entalpía de de dos corrientes



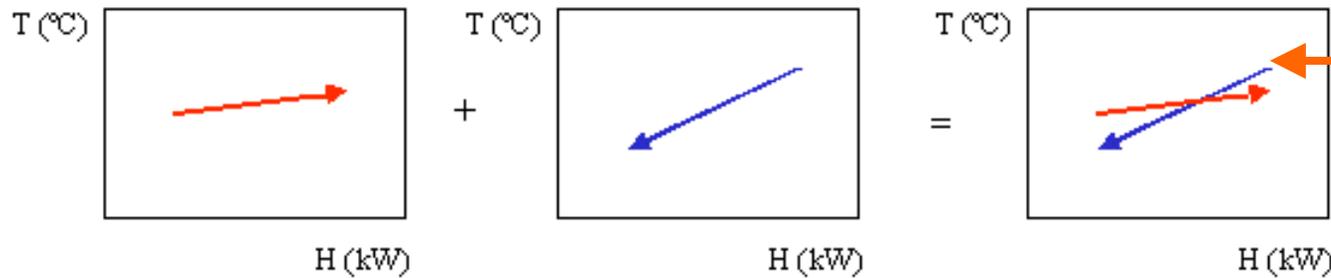
Se obtiene el valor de la temperatura en ambas corrientes cuando se cruzan en un punto intermedio

El valor intercambiado se corresponde con el intervalo en el eje X en el que se solapan las corrientes

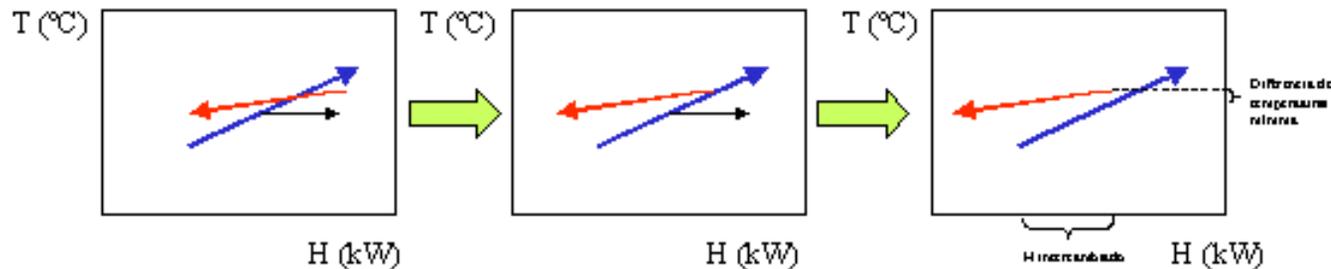
Introducción



Sirve para calcular en qué temperatura se cruzan



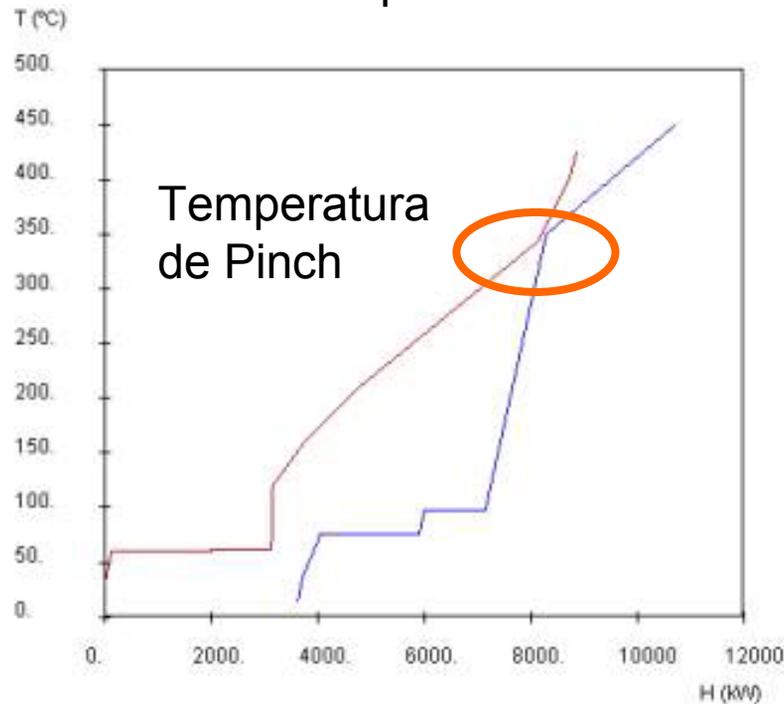
La fría tiene mayor temp. que la caliente



es necesario desplazarla unos grados

Introducción

Curvas compuestas



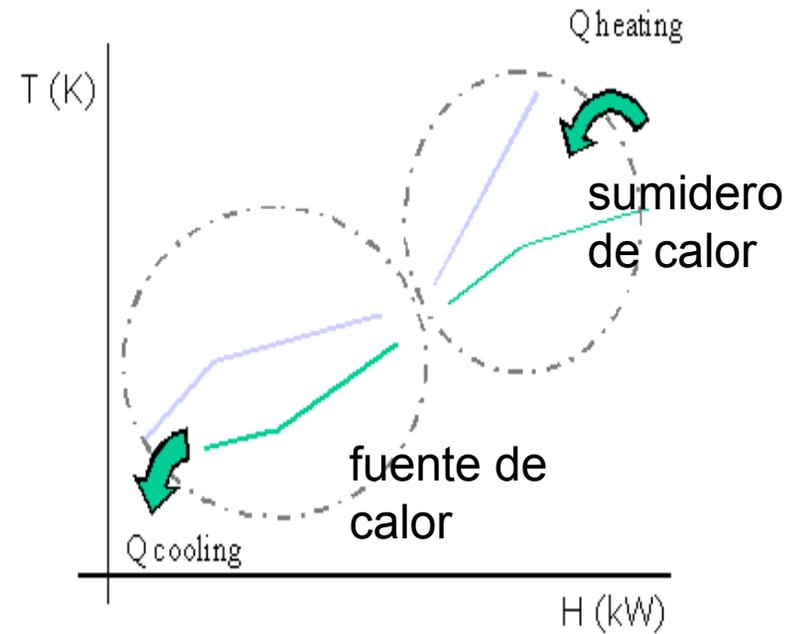
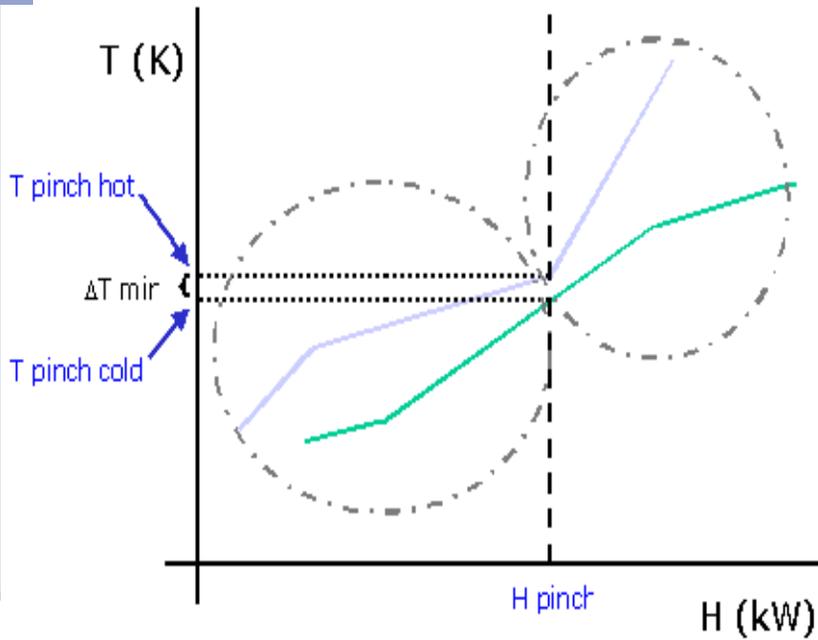
Curvas Compuestas

En el intervalo de entalpía en el que las corrientes se superponen, representa la máxima entalpía que se puede recuperar.

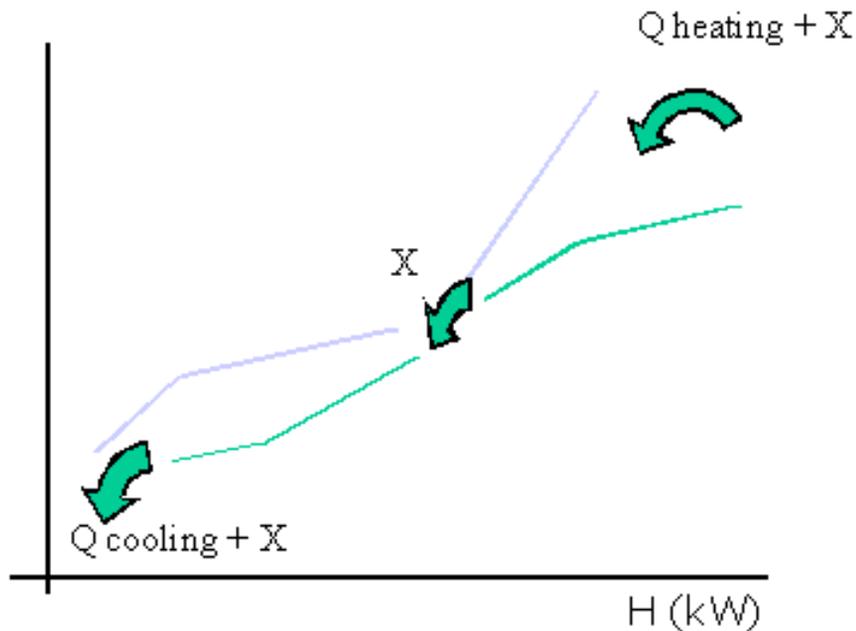
Los intervalos no solapados, requieren de un servicio de calefacción o refrigeración (no pueden ser cubiertos con las corrientes del proceso)

estas necesidades dependerán de la diferencia de temperatura mínima

Introducción



Introducción



si se transmite un calor X a través del pinch se debe retirar la misma cantidad, para satisfacer los balances de entalpía, esto trae como consecuencia un mayor requerimiento de calefacción y refrigeración

Introducción

Solo hay tres formas de transmitir calor a través del pinch:

- Intercambio de calor directo entre una corriente caliente por encima del pinch y de una fría por debajo
- uso de calefacción por debajo del pinch
- uso de refrigeración por encima del pinch

Evitando estas circunstancias, la red de cambiadores tendrá los consumos energéticos mínimos, esto también puede causar:

- áreas de intercambio grande, por lo tanto coste elevado
- una red muy compleja y difícil de controlar
- poca seguridad

Síntesis de una red de intercambiadores

Asumiremos que una red es óptima o medianamente óptima si presenta las siguientes características:

1. Coste de servicios mínimo
2. Número de unidades mínimo
3. Coste de construcción o inversión mínimo

Síntesis secuencial de una red de intercambiadores

Determinar el coste de consumo de servicios mínimos para dos corrientes calientes y dos corrientes frías dado:

	Fcp(MW/C)	Tin(C)	Tout(C)
H1	1	400	120
H2	2	340	120
C1	1.5	160	400
C2	1.3	100	250

Vapor: 500°C

Agua fría: 20-30°C

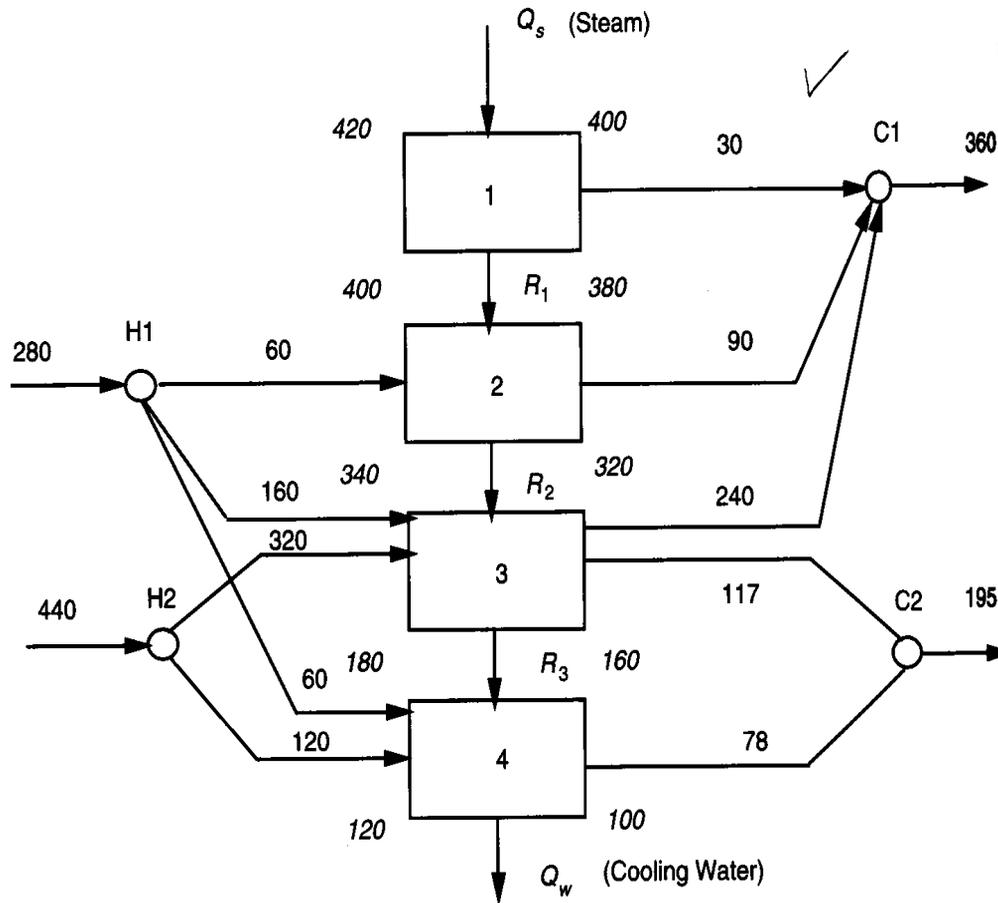
Diferencia de temp. = 20°C

Síntesis secuencial de una red de intercambiadores

Intervalos de temperatura y contenidos de calor

Intervalos de Temperatura	Contenidos de calor			
	H1	H2	C1	C2
— 420 ——— 400 int 1			30	
H1 — 400 ——— 380 int 2				
H2 — 340 ——— 320 int 3	60		90	
— 180 ——— 160 int 4	160	320	240	117
— 120 ——— 100	60	120		78
	280	440	360	195

Síntesis secuencial de una red de intercambiadores



Balances en cada intervalo

$$R_1 + 30 = Q_s$$

$$R_2 + 90 = R_1 + 60$$

$$R_3 + 357 = R_2 + 480$$

$$Q_w + 78 = R_3 + 180$$

Modelo de Papoulias y Grossmann

Síntesis secuencial de una red de intercambiadores

Problema de Programación Lineal

$$\min Z = Q_s + Q_w$$

s.a.

$$R_1 - Q_s = -30$$

$$R_2 - R_1 = -30$$

$$R_3 - R_2 = 123$$

$$Q_w - R_3 = 102$$

$$Q_s, Q_w, R_1, R_2, R_3 \geq 0$$

SOLUCIÓN

$$Q_s = 60 \text{ MW}$$

$$Q_w = 225 \text{ MW}$$

$$R_1 = 30 \text{ MW}$$

$$R_2 = 0$$

$$R_3 = 123 \text{ MW}$$

$R_2 = 0$ existe un pinch en el nivel de temperatura entre $340^\circ\text{-}320^\circ\text{C}$

Síntesis secuencial de una red de intercambiadores

Modelo para un número arbitrario de servicios de corrientes frías y calientes

$H_k = \{ i \mid \text{corriente caliente } i \text{ que suministra calor al intervalo } k \}$

$C_k = \{ j \mid \text{corriente fría } j \text{ que demanda calor del intervalo } k \}$

$S_k = \{ m \mid \text{servicio de calor } m \text{ que suministra calor al intervalo } k \}$

$W_k = \{ n \mid \text{servicio de frío } n \text{ que extrae calor del intervalo } k \}$

Parámetros conocidos Q_{ik}^H, Q_{jk}^C contenido de calor de la corriente caliente i y la corriente fría j en el intervalo k

Variables

c_m, c_n coste de las unidades de servicios calientes y frías m y n respectivamente

Q_m^s, Q_n^w carga de calor del servicio caliente m y el servicio frío n

R_k calor residual que sale del intervalo k

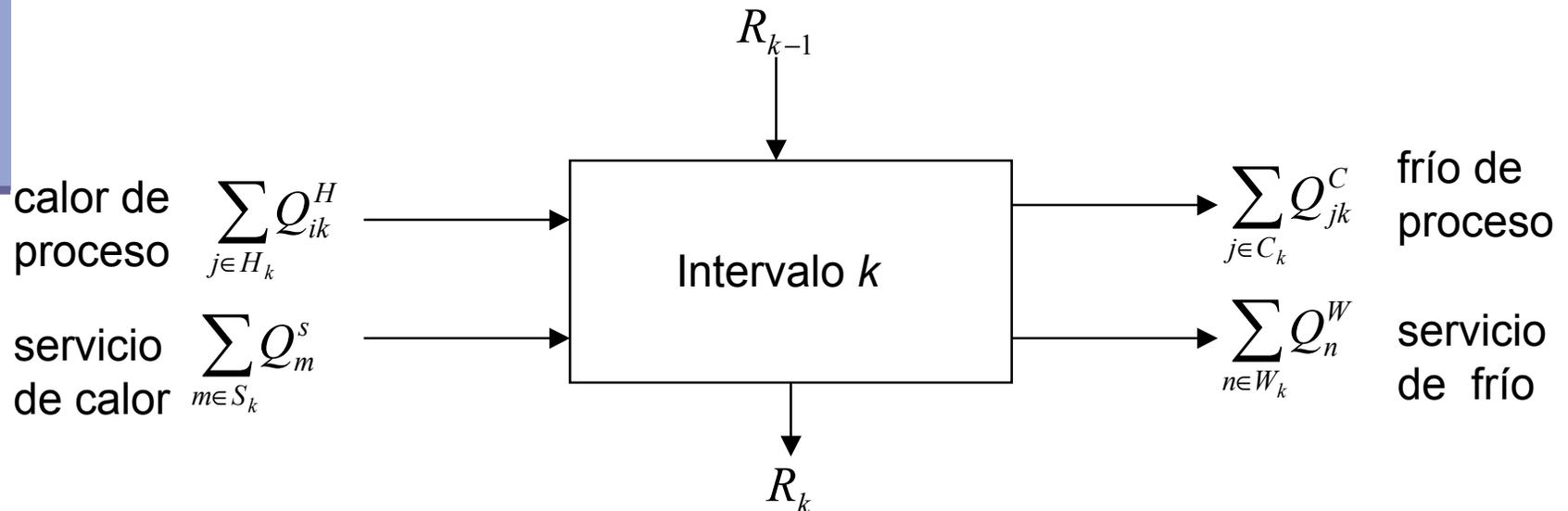
Síntesis secuencial de una red de intercambiadores

$$\min Z = \sum_{m \in S} c_m Q_m^S + \sum_{n \in W} c_n Q_n^W$$

$$s.a. \quad R_k - R_{k-1} - \sum_{m \in S_k} Q_m^S + \sum_{n \in W_k} Q_n^W = \sum_{i \in H_k} Q_{ik}^H - \sum_{j \in C_k} Q_{jk}^C, \quad k = 1, \dots, K$$

$$Q_m^S \geq 0 \quad Q_n^W \geq 0 \quad R_k \geq 0 \quad k = 1, \dots, K$$

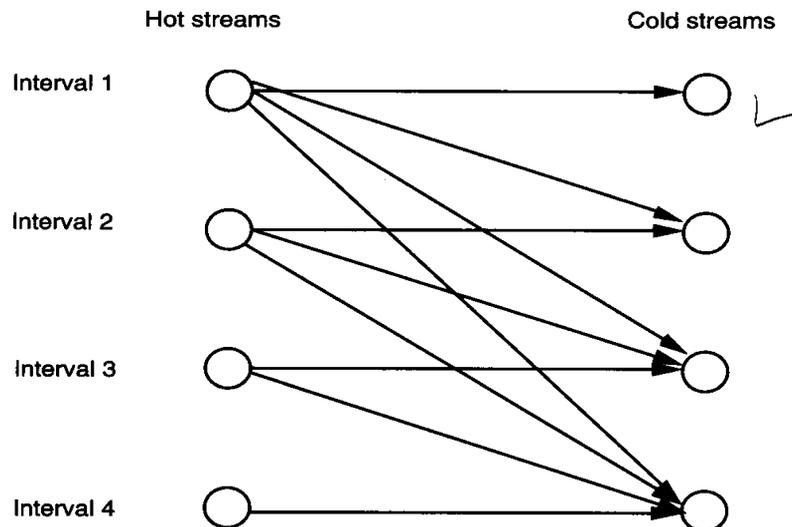
$$R_0 = 0, \quad R_k = 0$$

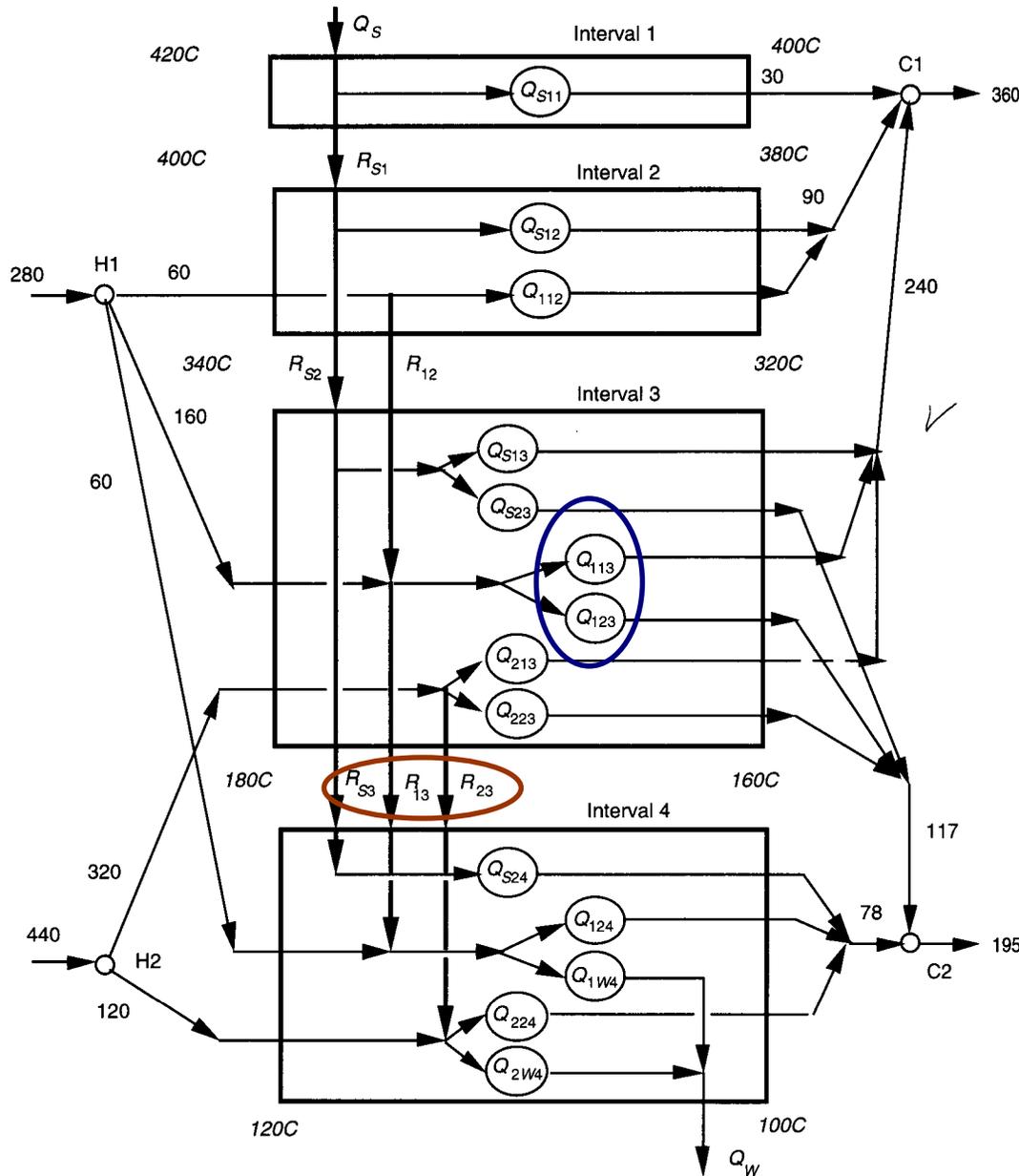


Síntesis secuencial de una red de intercambiadores

Coste mínimo de servicios con restricciones en los emparejamientos

Un modelo de transporte donde se consideren todos los enlaces factibles para el intercambio de calor entre cada par de corrientes calientes y frías en todos los intervalos de temperatura correspondientes





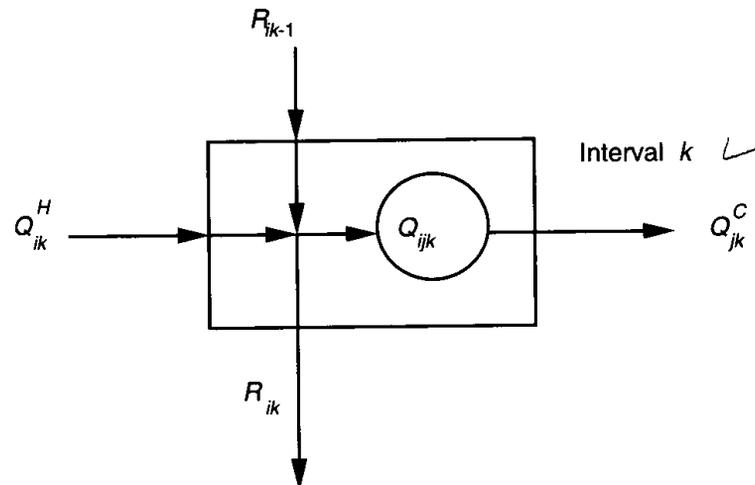
Un modelo expandido donde se considere en cada intervalo de temperatura un enlace para el intercambio de calor entre un par dado de corriente fría y caliente, donde además se garantice la presencia de la corriente fría en ese intervalo y de una caliente en el mismo o en uno superior.

Se asignan residuales individuales de calor tanto para las corrientes como para los servicios

Síntesis secuencial de una red de intercambiadores

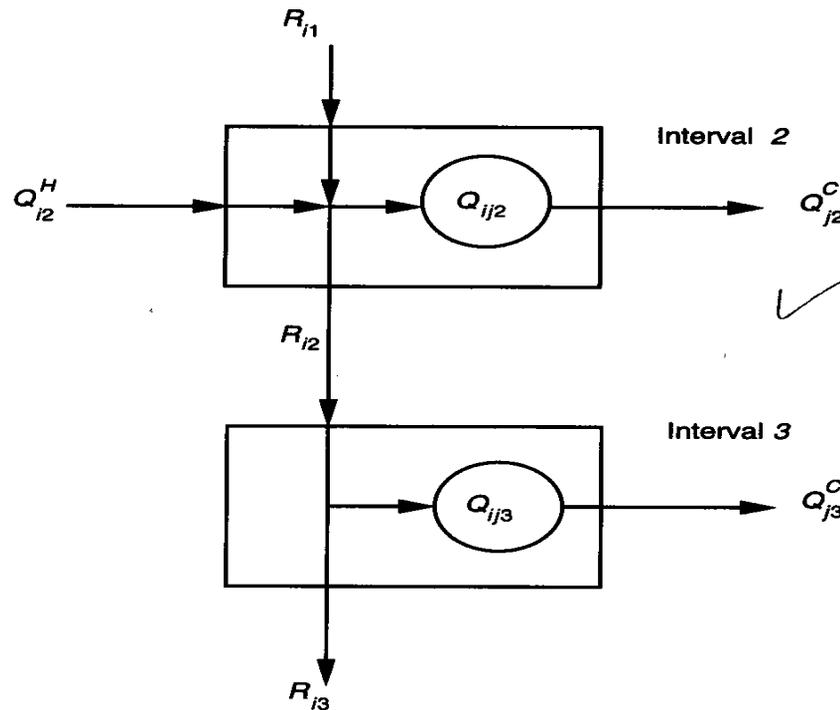
En general un par de corrientes puede intercambiar calor dentro de un intervalo de temperatura k si se cumple cualquiera de las siguientes condiciones:

1. Si en el intervalo k se encuentra la corriente caliente i y la corriente fría j



Síntesis secuencial de una red de intercambiadores

2. Si la corriente fría j se encuentra en el intervalo k , pero la corriente caliente i únicamente se encuentra en un intervalo de temperatura superior



Síntesis secuencial de una red de intercambiadores

Modelo expandido donde se incluye información sobre el intercambio de calor entre un par de corrientes

$H'_k = \{ i \mid \text{corriente caliente } i \text{ presente en el intervalo } k \text{ o en un intervalo superior} \}$

$C_k = \{ j \mid \text{corriente fría } j \text{ que demanda calor del intervalo } k \}$

$S'_k = \{ m \mid \text{servicio de calor } m \text{ presente en el intervalo } k \text{ o en un intervalo superior} \}$

$W_k = \{ n \mid \text{servicio de frío } n \text{ que extrae calor del intervalo } k \}$

Q_{ijk} : Intercambio de calor de la corriente caliente i y la fría j en k

Q_{mjk} : Intercambio de calor del servicio de calor m y la corriente fría j en k

Q_{ink} : Intercambio de calor de la corriente caliente i y el servicio de frío n en k

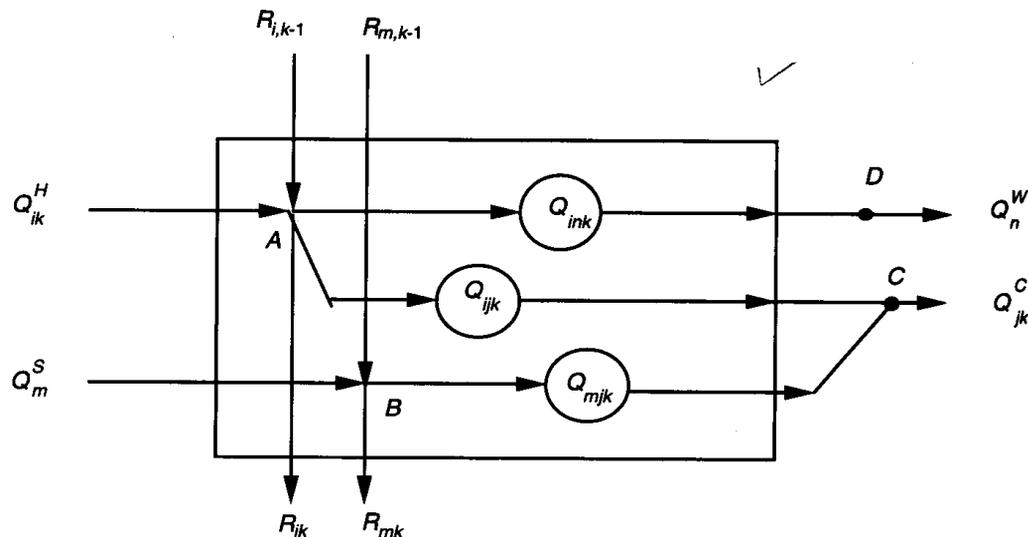
R_{ik} : Residual de calor de la corriente caliente i que sale del intervalo k

R_{mk} : Residual de calor del servicio de calor m que sale del intervalo k

Síntesis secuencial de una red de intercambiadores

Balances de los siguientes puntos dentro de cada intervalo de temperatura:

1. Para cada corriente de calor del proceso y de servicio en los nodos internos que relacionan los contenidos de calor, los residuales y los intercambios de calor
2. Para las corrientes frías de proceso y de servicio en los nodos de destino que relacionan los contenidos de calor y los intercambios de calor



Síntesis secuencial de una red de intercambiadores

Modelo lineal expandido propuesto por Papoulias y Grossmann:

$$\min Z = \sum_{m \in S} c_m Q_m^S + \sum_{n \in W} c_n Q_n^W$$

$$s.t. \quad R_{ik} - R_{i,k-1} + \sum_{j \in C_k} Q_{ijk} + \sum_{n \in W_k} Q_{ink} = Q_{ik}^H \quad i \in H'_k \quad \text{nodo A}$$

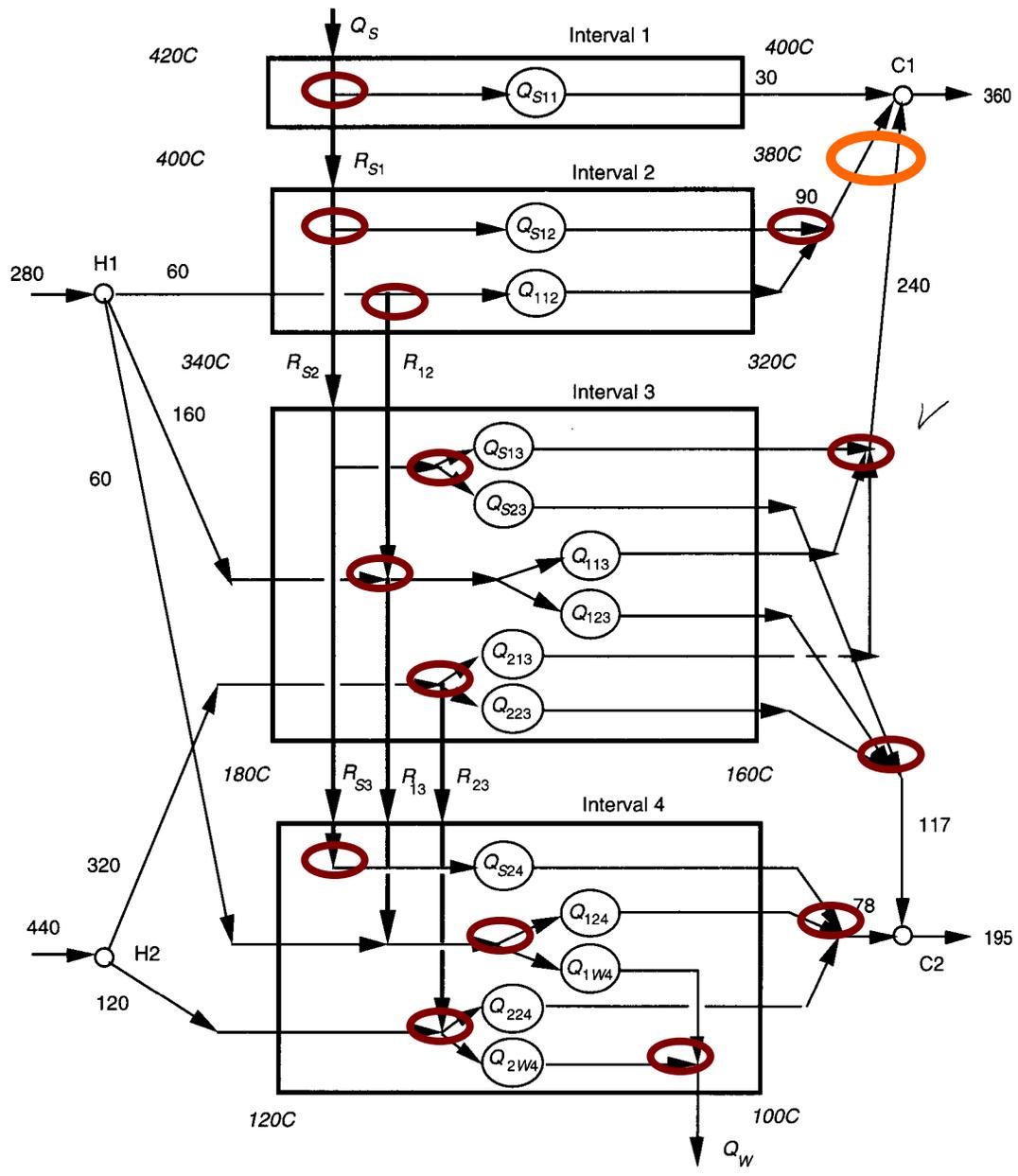
$$R_{mk} - R_{m,k-1} + \sum_{j \in C_k} Q_{mjk} - Q_m^S = 0 \quad m \in S'_k \quad \text{nodo B}$$

$$\sum_{i \in H_k} Q_{ijk} + \sum_{m \in S_k} Q_{mjk} = Q_{jk}^H \quad j \in C_k \quad \text{nodo C}$$

$$\sum_{i \in H_k} Q_{ink} - Q_n^W = 0 \quad n \in W_k \quad k = 1, \dots, K \quad \text{nodo D}$$

$$R_{ik}, R_{mk}, Q_{ijk}, Q_{mjk}, Q_{ink}, Q_m^S, Q_n^W \geq 0$$

$$R_{i0} = R_{ik} = 0$$

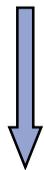


Síntesis secuencial de una red de intercambiadores

Predicción de emparejamientos para minimizar el número de unidades

Suponemos que dividimos la red, en subredes. Cada subred q va a tener asociada un conjunto K_q de intervalos de temperatura

$$y_{ij}^q = \begin{cases} 1 & \text{si la corriente caliente } i \text{ intercambia calor con la corriente } j \\ 0 & \text{si no existe intercambio de calor} \end{cases}$$



por cada emparejamiento existente

asociar una
unidad de
intercambiador

$$\min \sum_{i \in H} \sum_{j \in C} y_{ij}^q$$

la suma de
intercambiadores se
puede expresar como
la suma de estas
variables binarias

minimiza el
número de
unidades

Síntesis secuencial de una red de intercambiadores

Los balances de calor como restricciones ¿? contienen información sobre el intercambio de calor entre los pares de corriente

corrientes calientes presentes en el intervalo

$$R_{ik} - R_{i,k-1} + \sum_{j \in C_k} Q_{ijk} = Q_{ik}^H \quad i \in H'_k \quad k = 1, \dots, K$$

Balances

$$\sum_{i \in H_k} Q_{ijk} = Q_{jk}^c \quad j \in C_k$$

$$R_{ik}, Q_{ijk} \geq 0$$

este límite tiene que ser el menor de los contenidos caloríficos entre las dos corrientes (la cantidad máxima que se puede intercambiar)

$$\sum_{k=1}^K Q_{ijk} - U_{ij} y_{ij}^q \leq 0$$

Todas las variables continuas asociadas a esta unidad tienen que ser cero en caso que la unidad no exista

Síntesis secuencial de una red de intercambiadores

Problema MILP

$$\min \sum_{i \in H} \sum_{j \in C} y_{ij}^q \quad \text{función objetivo}$$

s.a.

$$R_{ik} - R_{i,k-1} + \sum_{j \in C_k} Q_{ijk} = Q_{ik}^H \quad i \in H'_k \quad k = 1, \dots, K$$

Balances

$$\sum_{i \in H_k} Q_{ijk} = Q_{jk}^c \quad j \in C_k$$

$$R_{ik}, Q_{ijk} \geq 0$$

no negatividad

$$\sum_{k=1}^K Q_{ijk} - U_{ij} y_{ij}^q \leq 0$$

existencia de variables continuas

$$y_{ij}^q = \{0,1\}$$

existencia de las unidades

Síntesis secuencial de una red de intercambiadores

La solución de este problema nos indica:

Los emparejamientos que tendrán lugar en la red:

$$y_{ij}^q = 1$$

El intercambio de calor en cada emparejamiento:

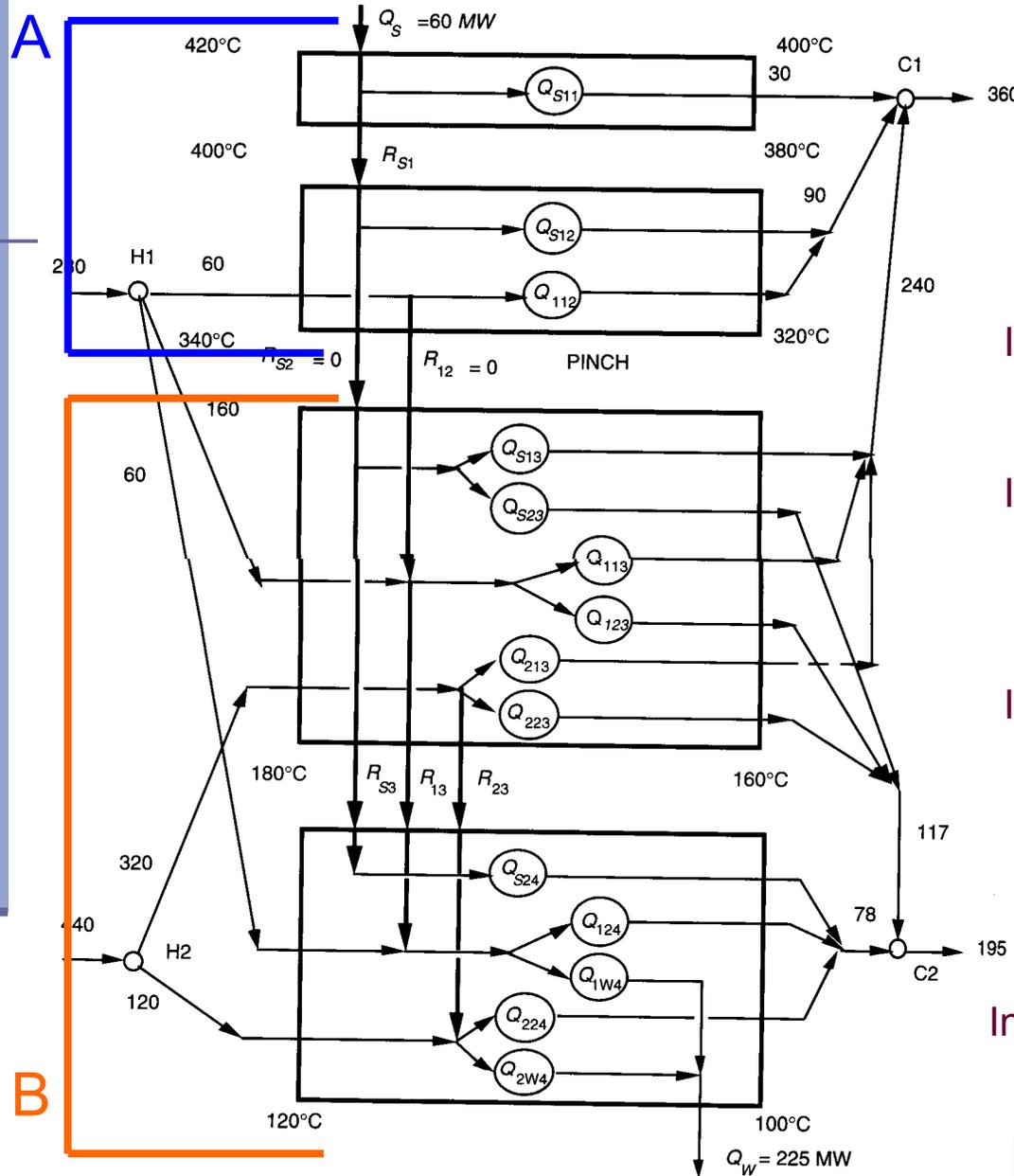
$$\sum_{k=1}^{k_q} Q_{ijk}$$

con esta información se puede deducir una estructura de red de forma manual o automática.

Ejemplo

Determinar el número mínimo de unidades, si se necesitan 60 MW para el calentamiento y 225 MW para el enfriamiento. Suponiendo que no existen restricciones sobre el emparejamiento de las corrientes y los datos siguientes:

	Fcp(MW/C)	Tin(C)	Tout(C)
H1	1	400	120
H2	2	340	120
C1	1.5	160	400
C2	1.3	100	250



Ejemplo con restricciones sobre los emparejamientos

$$\min Z = 80000Q_s + 20000Q_w$$

s.a. $R_{s1} + Q_{s11} - Q_s = 0$

$$Q_{s11} = 30$$

Int: 1

$$R_{12} + Q_{112} = 60$$

$$R_{s2} - R_{s1} + Q_{s12} = 0$$

$$Q_{s12} + Q_{112} = 90$$

Int: 2

$$R_{13} - R_{12} + Q_{113} + Q_{123} = 160$$

$$R_{23} + Q_{213} + Q_{223} = 320$$

$$Q_{113} + Q_{213} + Q_{s13} = 240$$

$$Q_{123} + Q_{223} + Q_{s23} = 117$$

Int: 3

$$-R_{13} + Q_{124} + Q_{1w4} = 60$$

$$-R_{23} + Q_{224} + Q_{2w4} = 120$$

$$Q_{124} + Q_{224} + Q_{s24} = 78$$

$$Q_{1w4} + Q_{2w4} = 225$$

Int: 4

$$Q_{112} = Q_{113} = 0$$

No emparejamiento entre H1-C1



$$\min Z = 80000Q_s + 20000Q_w$$

$$s.a. \quad R_{s1} + Q_{s11} - Q_s = 0$$

$$Q_{s11} = 30$$

$$R_{12} + Q_{112} = 60$$

$$R_{s2} - R_{s1} + Q_{s12} = 0$$

$$Q_{s12} + Q_{112} = 90$$

$$R_{13} - R_{12} + Q_{113} + Q_{123} = 160$$

$$R_{23} + Q_{213} + Q_{223} = 320$$

$$Q_{113} + Q_{213} + Q_{s13} = 240$$

$$Q_{123} + Q_{223} + Q_{s23} = 117$$

$$-R_{13} + Q_{124} + Q_{1w4} = 60$$

$$-R_{23} + Q_{224} + Q_{2w4} = 120$$

$$Q_{124} + Q_{224} + Q_{s24} = 78$$

$$Q_{1w4} + Q_{2w4} = 225$$

$$Q_{112} = Q_{113} = 0$$

Resultados

Coste mínimo de servicios $Z = 15300000$

Carga de servicios calientes $Q_s = 120$ MW

Carga de servicios fríos $Q_w = 285$ MW

Minimizando el número de unidades que formarían la red sin restricciones en los emparejamientos

$$\min Z = 80000Q_s + 20000Q_w$$

$$s.a. \quad R_{s1} + Q_{s11} = 60$$

$$Q_{s11} = 30$$

$$R_{12} + Q_{112} = 60$$

$$R_{s2} - R_{s1} + Q_{s12} = 0$$

$$Q_{s12} + Q_{112} = 90$$

$$R_{13} - R_{12} + Q_{113} + Q_{123} = 160$$

$$R_{23} + Q_{213} + Q_{223} = 320$$

$$Q_{113} + Q_{213} + Q_{s13} = 240$$

$$Q_{123} + Q_{223} + Q_{s23} = 117$$

$$-R_{13} + Q_{124} + Q_{1w4} = 60$$

$$-R_{23} + Q_{224} + Q_{2w4} = 120$$

$$Q_{124} + Q_{224} + Q_{s24} = 78$$

$$Q_{1w4} + Q_{2w4} = 225$$

Minimizando el número de unidades que formarían la red sin restricciones en los emparejamientos

Restricciones sobre las unidades antes del pinch

$$Q_{s11} + Q_{s12} - 60y_{s1}^A \leq 0$$

$$Q_{112} - 60y_{11}^A \leq 0$$

Restricciones sobre las unidades después del pinch

$$Q_{113} - 220y_{11}^B \leq 0$$

$$Q_{123} + Q_{124} - 195y_{12}^B \leq 0$$

$$Q_{1w4} - 220y_{1w}^B \leq 0$$

$$Q_{213} - 240y_{21}^B \leq 0$$

$$Q_{223} + Q_{224} - 60y_{22}^B \leq 0$$

$$Q_{2w4} - 225y_{2w}^B \leq 0$$

Resultados

$$y_{s1}^A = 1, Q_{s11} = 30, Q_{s12} = 30$$

$$y_{11}^A = 1, Q_{112} = 60$$

$$y_{11}^B = 1, Q_{113} = 25$$

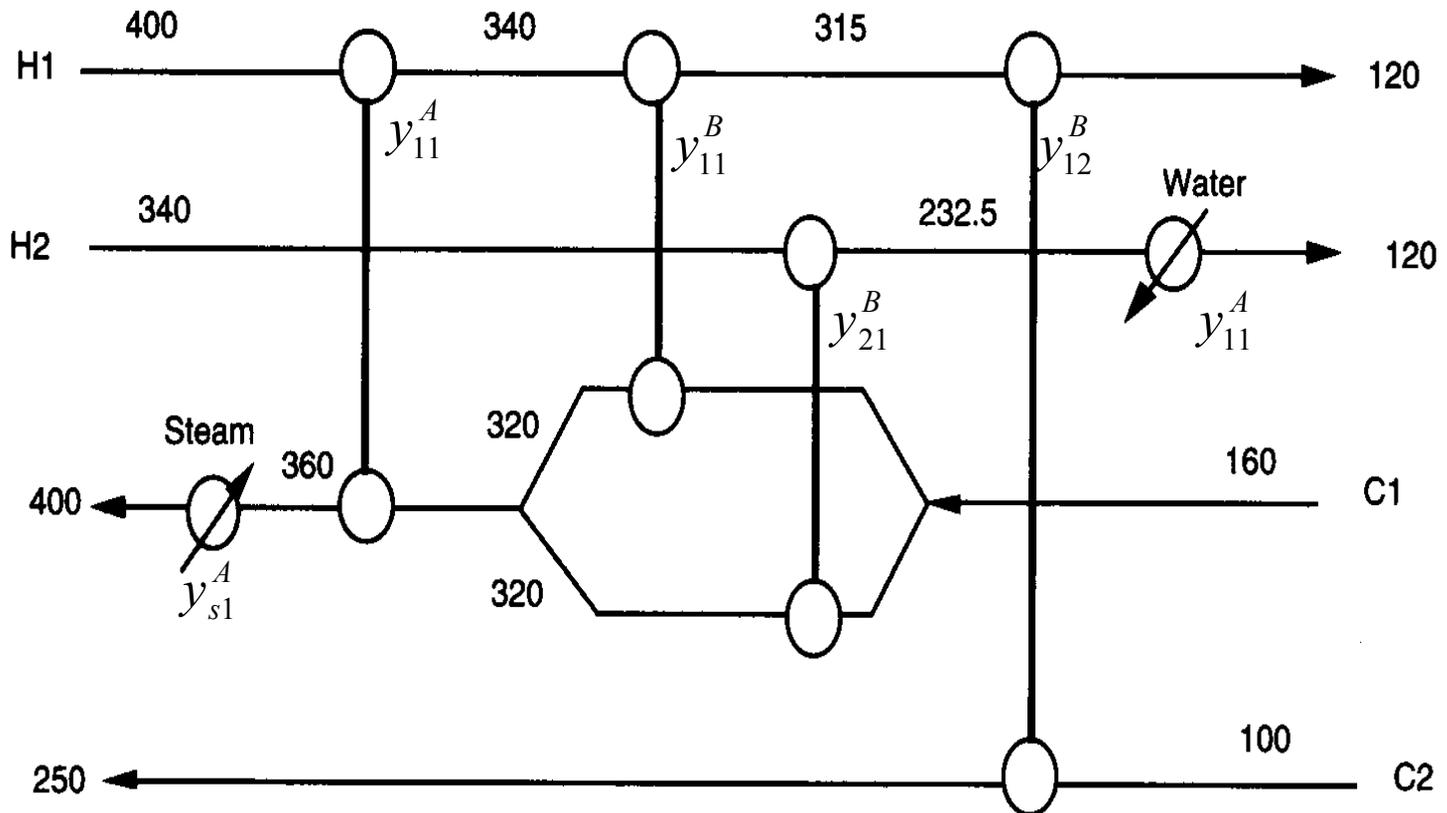
$$y_{12}^B = 1, Q_{123} = 117, Q_{124} = 78$$

$$y_{21}^B = 1, Q_{123} = 215$$

$$y_{2w}^B = 1, Q_{2w4} = 225$$

Síntesis secuencial de una red de intercambiadores

Estructura obtenida en la solución del MILP



Síntesis secuencial de una red de intercambiadores

Obtención automática de estructuras de redes

La idea básica es crear una superestructura para cada corriente que tenga las siguientes características:

1. Cada intercambiador en la superestructura se tiene que corresponder con los emparejamientos obtenidos del modelo MILP. Cada intercambiador tendrá la carga de calor predeterminada por el modelo
2. La superestructura va a contener todas aquellas interconexiones de corrientes entre las unidades que potencialmente pueden definir todas las configuraciones posibles teniendo en cuenta: división (splitting) o no de corrientes, mezclas, etc. Además estas interconexiones serán incógnitas que deben ser determinadas.

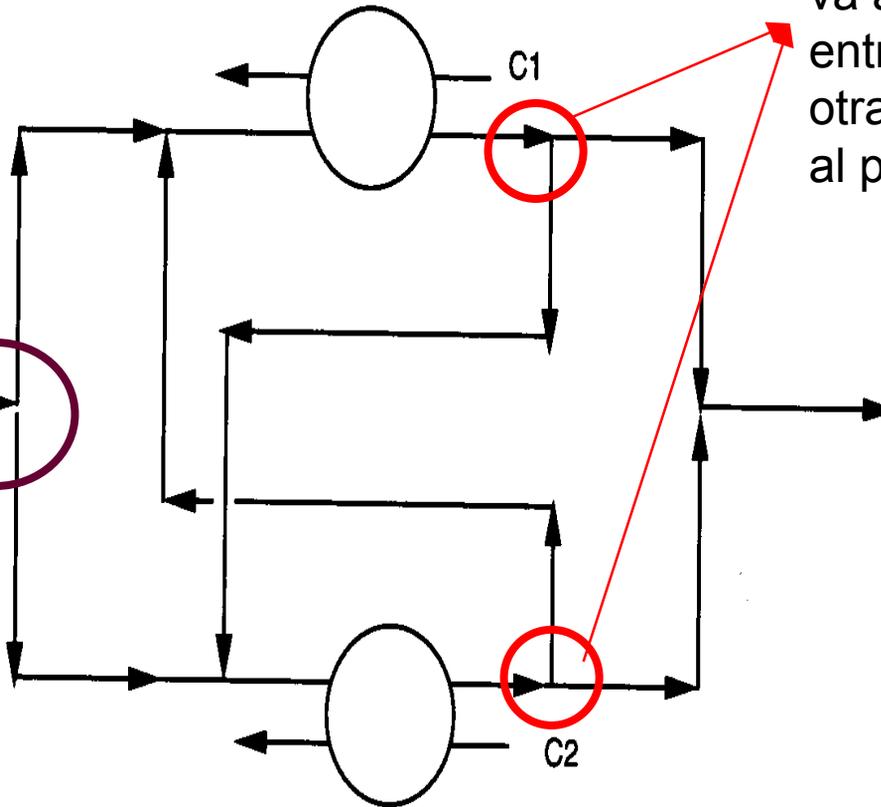
Síntesis secuencial de una red de intercambiadores

Ejemplo de superestructura

consta de una sola corriente de calor y dos de fría

H1

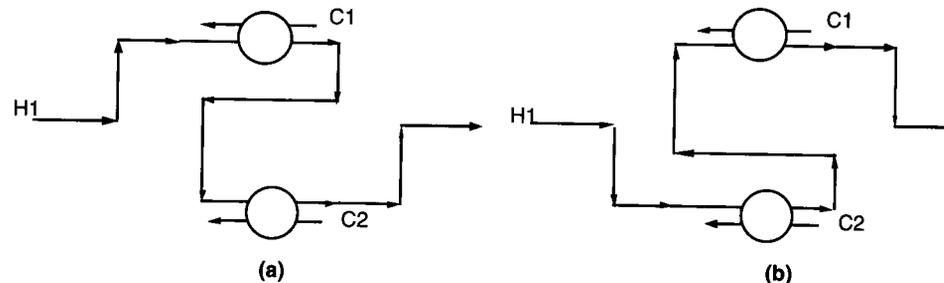
división de corrientes a la entrada de las unidades



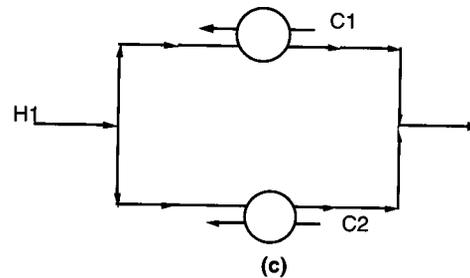
una corriente va a la entrada de la otra unidad y al punto final

Síntesis secuencial de una red de intercambiadores

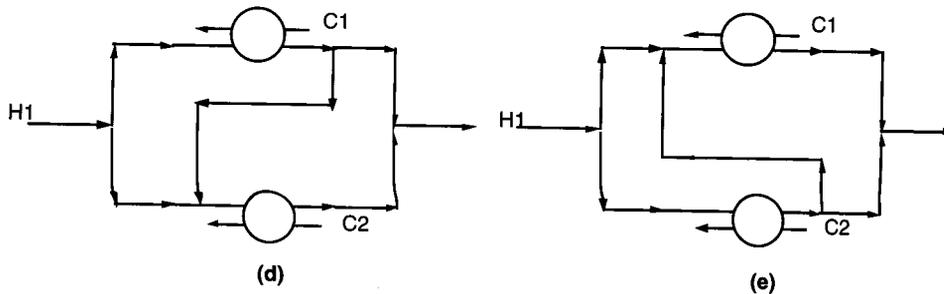
Estructuras alternativas contenidas dentro de la superestructura



unidades en serie



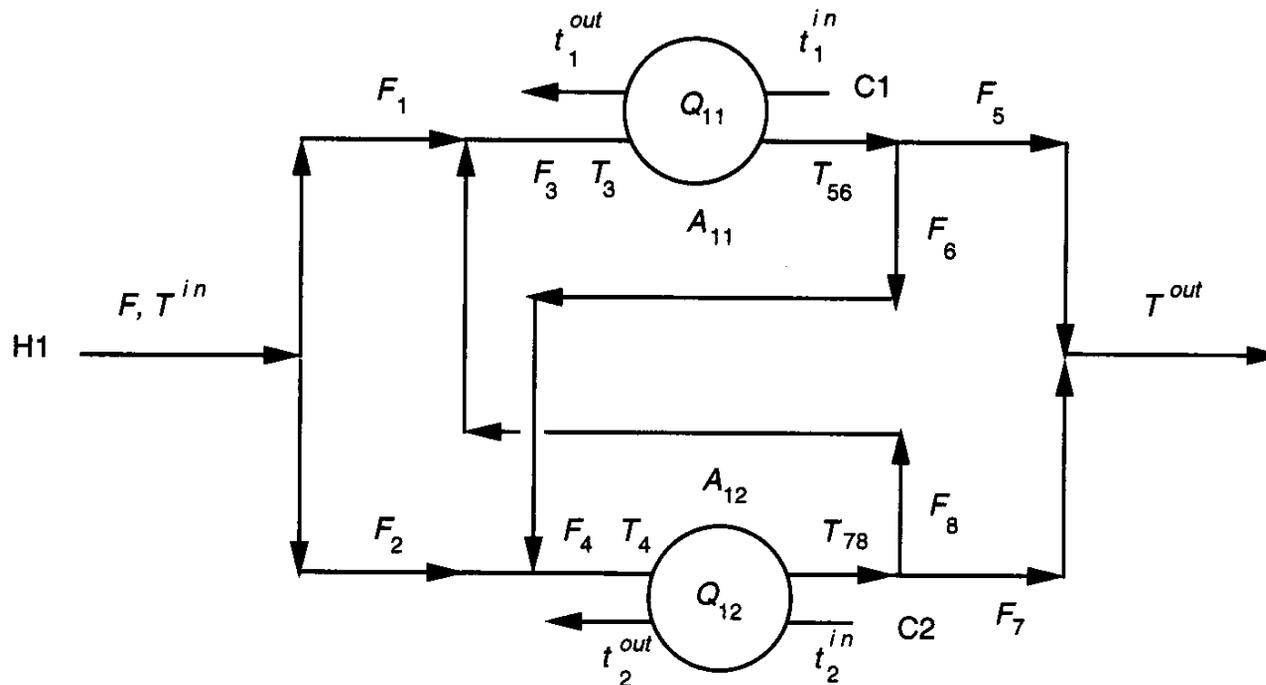
Unidades en paralelo



Unidades en paralelo con bypasses

Síntesis secuencial de una red de intercambiadores

Variables para la superestructura con dos emparejamiento



Variables conocidas: los flujos y las temperaturas de entrada y salida para las corrientes: H1, C1 y C2. Las cargas de calor Q_{11} y Q_{12} obtenidas por el modelo MILP

Síntesis secuencial de una red de intercambiadores

Derivación automática de estructuras de redes

La idea básica es crear una superestructura para cada corriente que tenga las siguientes características:

1. Cada intercambiador en la superestructura se tiene que corresponder con los emparejamientos obtenidos del modelo MILP. Cada intercambiador tendrá la carga de calor predeterminada por el modelo
2. La superestructura va a contener todas aquellas interconexiones de corrientes entre las unidades que potencialmente pueden definir todas las configuraciones posibles teniendo en cuenta: división (splitting) o no de corrientes, mezclas, etc. Además estas interconexiones serán incógnitas que deben ser determinadas.

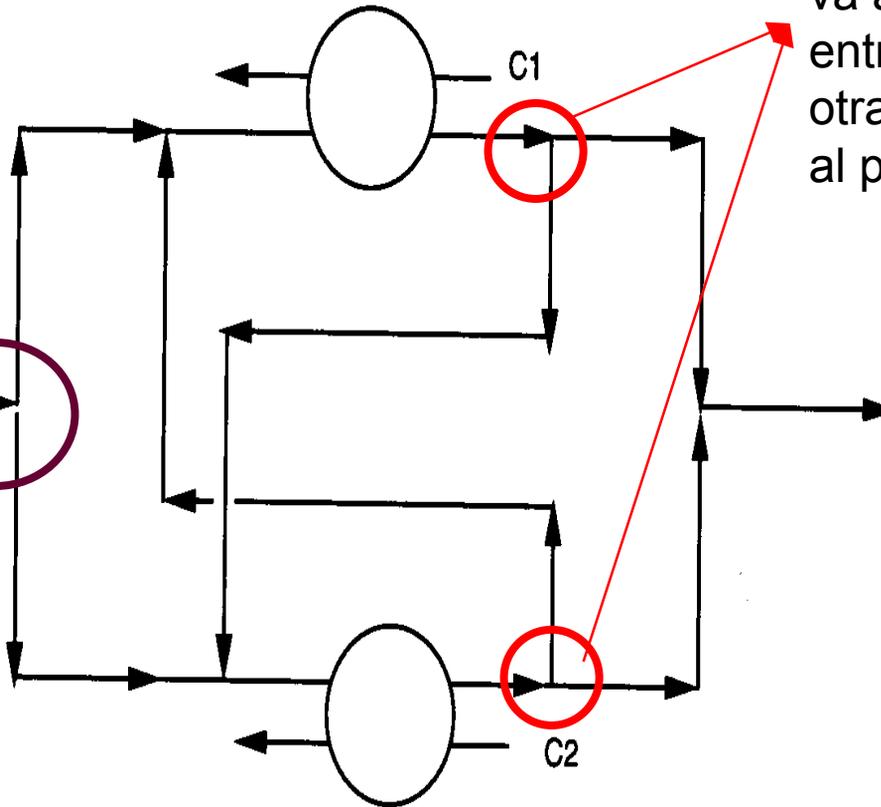
Síntesis secuencial de una red de intercambiadores

Ejemplo de superestructura

consta de una sola corriente de calor y dos de fría

H1

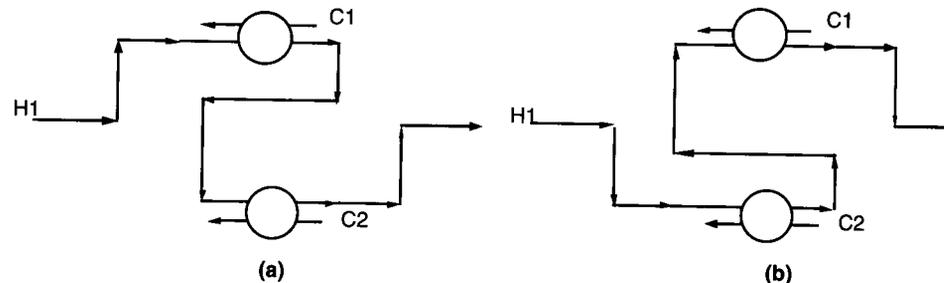
división de corrientes a la entrada de las unidades



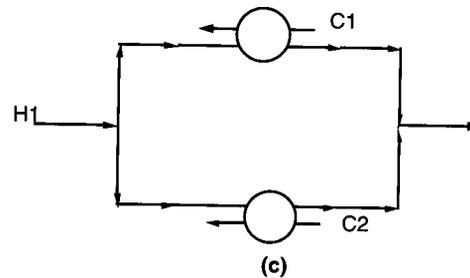
una corriente va a la entrada de la otra unidad y al punto final

Síntesis secuencial de una red de intercambiadores

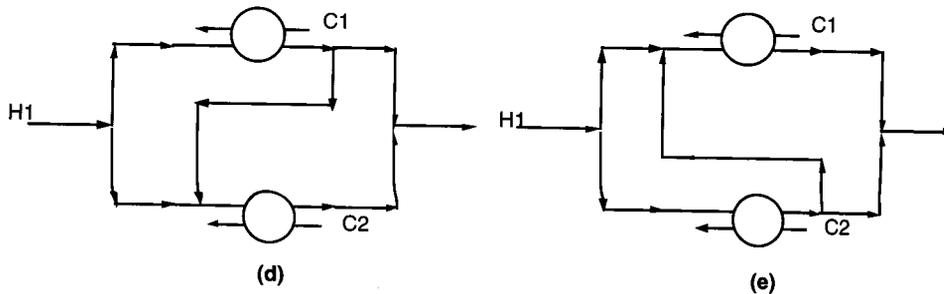
Estructuras alternativas contenidas dentro de la superestructura



unidades en serie



Unidades en paralelo



Unidades en paralelo con bypasses

Síntesis secuencial de una red de intercambiadores

¿Cómo se puede modelar la superestructura para determinar la estructura óptima de la red de cara al coste de inversión?

Lo primero será asignar variables que representan:

las capacidades caloríficas de las corrientes,

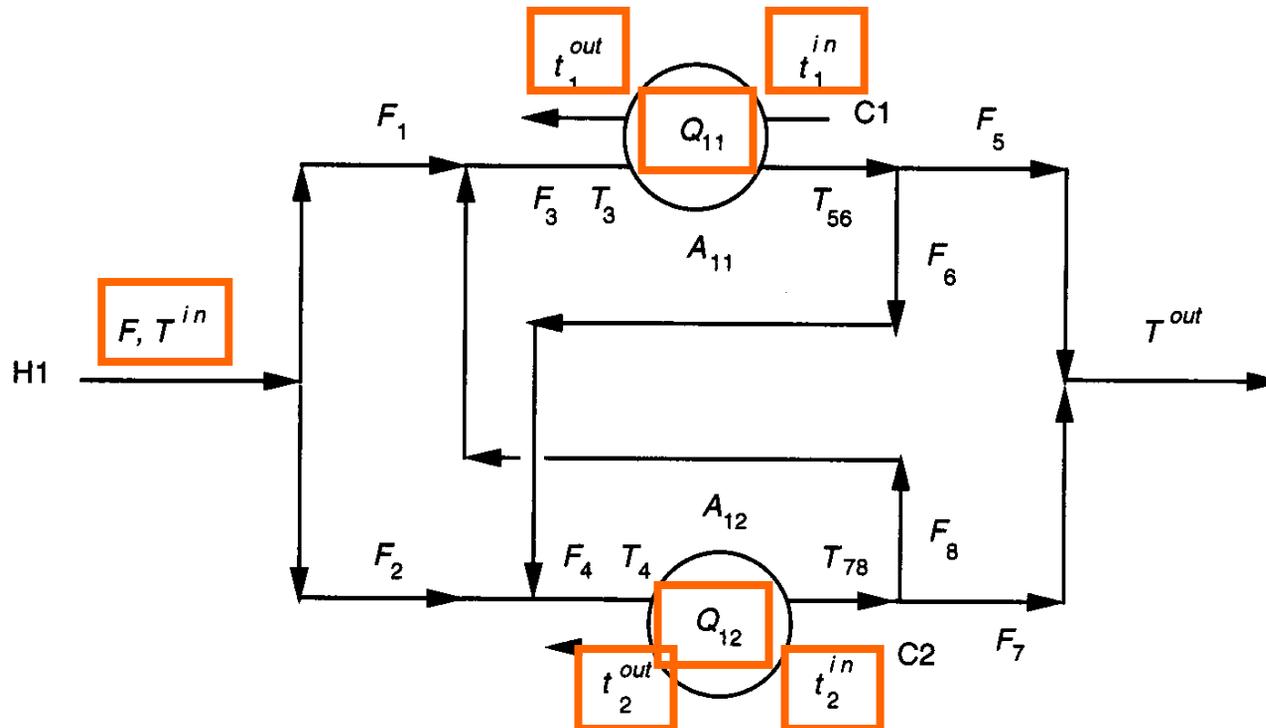
las temperaturas,

las cargas de calor y

las superficies

Síntesis secuencial de una red de intercambiadores

Variables para la superestructura con dos emparejamientos



Variables conocidas: los flujos y las temperaturas de entrada y salida para las corrientes: H1, C1 y C2. Las cargas de calor Q_{11} y Q_{12} obtenidas por el modelo MILP

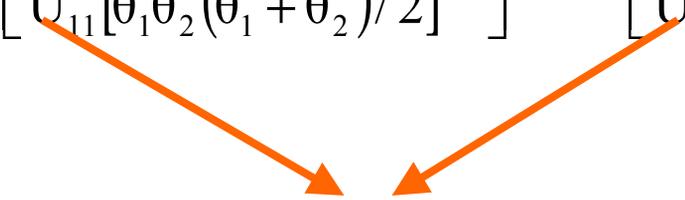
Síntesis secuencial de una red de intercambiadores

¿Cuál es el índice que representa el coste de inversión?

$$\min C = c_1 A_{11}^\beta + c_2 A_{12}^\beta$$

c_1, c_2, β son los parámetros asociados al coste

Las superficies pueden expresarse en función de las temperaturas

$$\min C = c_1 \left[\frac{Q_{11}}{U_{11} [\theta_1^1 \theta_2^1 (\theta_1^1 + \theta_2^1) / 2]^{1/3}} \right]^\beta + c_2 \left[\frac{Q_{12}}{U_{12} [\theta_1^2 \theta_2^2 (\theta_1^2 + \theta_2^2) / 2]^{1/3}} \right]^\beta$$


Son los coeficientes de transferencia de calor de los dos intercambiadores

Síntesis secuencial de una red de intercambiadores

¿Cuáles son las restricciones?

1. Balance de masas para la separación inicial de las corrientes

$$F_1 + F_2 = F$$

2. Balance de masas y energía para las mezclas a la entrada de las unidades

$$F_1 + F_8 - F_3 = 0$$

$$F_1 T^{\text{in}} + F_8 T_{78} - F_3 T_3 = 0$$

$$F_2 + F_6 - F_4 = 0$$

$$F_2 T^{\text{in}} + F_6 T_{56} - F_4 T_4 = 0$$

Síntesis secuencial de una red de intercambiadores

3. Balance de masas para la separación de las corrientes a la salida de las unidades

$$F_3 - F_6 - F_5 = 0$$

$$F_4 - F_7 - F_8 = 0$$

4. Balance de energía en los intercambiadores

$$Q_{11} - F_3(T_3 - T_{56}) = 0$$

$$Q_{12} - F_4(T_4 - T_{78}) = 0$$

Síntesis secuencial de una red de intercambiadores

5. Definición de las diferencias de temperaturas

$$\begin{aligned}\theta_1^1 &= T_3 - t_1^{\text{out}} & \theta_1^2 &= T_4 - t_2^{\text{out}} \\ \theta_2^1 &= T_{56} - t_1^{\text{in}} & \theta_2^2 &= T_{78} - t_2^{\text{in}}\end{aligned}$$

6. Restricciones de factibilidad para las temperaturas

$$\begin{aligned}\theta_1^1 &\geq \Delta T_{\min} & \theta_1^2 &\geq \Delta T_{\min} \\ \theta_2^1 &\geq \Delta T_{\min} & \theta_2^2 &\geq \Delta T_{\min}\end{aligned}$$

7. Restricciones de no negatividad sobre la capacidad calorífica de las corrientes

$$F_j \geq 0 \quad j=1,2,\dots,8$$

Síntesis secuencial de una red de intercambiadores

Se ha formulado un problema de programación no lineal (NLP), que tiene como variables:

las corrientes F_j y las temperaturas T_3 , T_4 , T_{56} y T_{78}

Si alguna corriente toma el valor de cero esto significa que esta corriente no es necesaria en la superestructura

Síntesis secuencial de una red de intercambiadores

Procedimiento para la formulación de una superestructura en forma de NLP para un número arbitrario de corrientes:

1. Desarrollar una superestructura para dos corrientes que involucren dos o más emparejamientos de acuerdo al sgte. esquema:
 - a) Una separación inicial de las corrientes donde las mismas se dirijan a todas las entradas de las unidades existentes en la superestructura
 - b) La salida de las unidades son una separación y una mezcla con las entradas de otras unidades y con el punto de mezcla final
2. Todas las corrientes son expresadas a través de la formulación NLP y teniendo en cuenta las cargas caloríficas obtenidas por el modelo MILP
3. La solución al problema NLP resultante indica la configuración óptima de la red.

Modelo MINLP

se tiene en cuenta un compromiso entre el *consumo de energía*, el *número de unidades* y la *superficie de las unidades*.

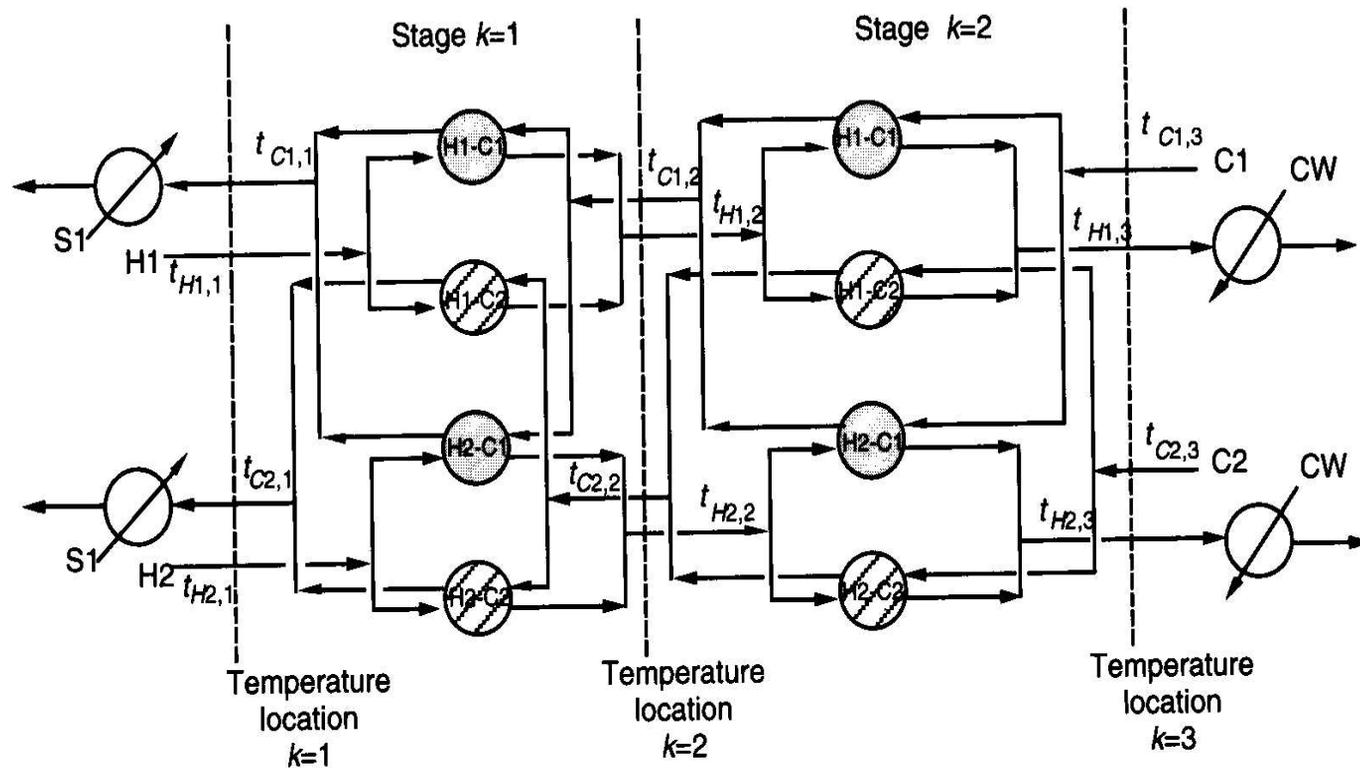
La solución es la estructura óptima determinando las unidades que se necesitan y la correspondiente configuración de los flujos de corriente

El problema de optimización que se resuelve es:

Min Coste Total (anual de la red) =
Coste de la superficie +
Coste fijo de las unidades +
Coste de servicio

$\min_{s.a.}$ *Coste de superficie*
 $\min_{s.a.}$ *Número de Unidades*
Coste de servicios

Superestructura (Yee y Grossmann, 1990)



Formulación: Modelo MINLP

Función objetivo

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{i \in HP} CCU qcu_i + \sum_{j \in CP} CHU qhu_j && \text{coste de los servicios fríos y calientes} \\
 + \quad & \sum_{i \in HP} \sum_{j \in CP} \sum_{k \in ST} CF_{ij} z_{ijk} + \sum_{i \in HP} CF_{i,CU} zcu_i + \sum_{j \in CP} CF_{j,HU} zhu_j && \text{coste fijo de los equipos} \\
 + \quad & \sum_{i \in HP} \sum_{j \in CP} \sum_{k \in ST} c_{ij} \left[q_{ijk} / \left(U_{ij} \left[(dt_{ijk} dt_{ijk+1}) (dt_{ijk} dt_{ijk+1}) / 2 \right]^{1/3} \right) \right]^{\beta_{ij}} && \text{coste de las superficies} \\
 + \quad & \sum_{i \in HP} C_{i,CU} \left[qcu_i / \left(U_{i,CU} \left[(dteu_i) (TOUT_i - TIN_{CU}) \{dteu_i + (TOUT_i - TIN_{CU})\} / 2 \right]^{1/3} \right) \right]^{\beta_{i,CU}} \\
 + \quad & \sum_{j \in CP} C_{HU,j} \left[qhu_j / \left(U_{HU,j} \left[(dthu_j) (TIN_{HU} - TOUT_j) \{dthu_j + (TIN_{HU} - TOUT_j)\} / 2 \right]^{1/3} \right) \right]^{\beta_{j,HU}}
 \end{aligned}$$

variables continuas: $t, q, qhu, qcu, dt, dteu, dthu$ (no negativas)

variable discretas: z, zcu, zhu son 0-1

Formulación: Modelo MINLP

Función objetivo

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{i \in HP} CCU_i q_{cu_i} + \sum_{j \in CP} CHU_j q_{hu_j} && \text{coste de los servicios fríos y calientes} \\
 & + \sum_{i \in HP} \sum_{j \in CP} \sum_{k \in ST} CF_{ij} z_{ijk} + \sum_{i \in HP} CF_{i,CU} z_{cu_i} + \sum_{j \in CP} CF_{j,HU} z_{hu_j} && \text{coste fijo de los equipos} \\
 & + \sum_{i \in HP} \sum_{j \in CP} \sum_{k \in ST} c_{ij} \left[q_{ijk} / \left(U_{ij} \left[(dt_{ijk} dt_{ijk+1}) (dt_{ijk} dt_{ijk+1}) / 2 \right]^{1/3} \right) \right]^{\beta_{ij}} && \text{coste de las superficies} \\
 & + \sum_{i \in HP} C_{i,CU} \left[q_{cu_i} / \left(U_{i,CU} \left[(d_{tcu_i}) (TOUT_i - TIN_{CU}) \{ d_{tcu_i} + (TOUT_i - TIN_{CU}) \} / 2 \right]^{1/3} \right) \right]^{\beta_{i,CU}} \\
 & + \sum_{j \in CP} C_{HU,j} \left[q_{hu_j} / \left(U_{HU,j} \left[(d_{thu_j}) (TIN_{HU} - TOUT_j) \{ d_{thu_j} + (TIN_{HU} - TOUT_j) \} / 2 \right]^{1/3} \right) \right]^{\beta_{j,HU}}
 \end{aligned}$$

Parámetros: Costes de las Unidades de servicio, Capacidad calorífica, coste fijo de los intercambiadores, Temp. de entradas y de salidas, Coeficiente de coste de la superficie, Coef. de transferencia de calor

Formulación: Modelo MINLP

Función objetivo

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{i \in HP} CCU qcu_i + \sum_{j \in CP} CHU qhu_j \quad \text{coste de los servicios fríos y calientes} \\
 + \quad & \sum_{i \in HP} \sum_{j \in CP} \sum_{k \in ST} CF_{ij} z_{ijk} + \sum_{i \in HP} CF_{i,CU} zcu_i + \sum_{j \in CP} CF_{j,HU} zhu_j \quad \text{coste fijo de los equipos} \\
 + \quad & \sum_{i \in HP} \sum_{j \in CP} \sum_{k \in ST} c_{ij} \left[q_{ijk} / (U_{ij} [(dt_{ijk} dt_{ijk+1})(dt_{ijk} dt_{ijk+1}) / 2]^{1/3}) \right]^{\beta_{ij}} \quad \text{coste de las superficies} \\
 + \quad & \sum_{i \in HP} C_{i,CU} \left[qcu_i / (U_{i,CU} [(dtcu_i)(TOUT_i - TIN_{CU}) \{ dtcu_i + (TOUT_i - TIN_{CU}) \} / 2]^{1/3}) \right]^{\beta_{i,CU}} \\
 + \quad & \sum_{j \in CP} C_{HU,j} \left[qhu_j / (U_{HU,j} [(dthu_j)(TIN_{HU} - TOUT_j) \{ dthu_j + (TIN_{HU} - TOUT_j) \} / 2]^{1/3}) \right]^{\beta_{j,HU}}
 \end{aligned}$$

Variables: Intercambios caloríficos, aproximaciones de las temperaturas, temperaturas de las corrientes en casa etapa, variables binarias

Formulación: Modelo MINLP

Restricciones

1. Balance de energía para cada corriente

$$(TIN_i - TOUT_i)F_i = \sum_{k \in ST} \sum_{j \in CP} q_{ijk} + qcu_i \quad i \in HP$$

$$(TOUT_j - TIN_j)F_j = \sum_{k \in ST} \sum_{i \in HP} q_{ijk} + qhu_j \quad j \in CP$$

asegura el calentamiento y enfriamiento

2. Balance de energía en cada etapa

$$(t_{i,k} - t_{i,k+1})F_i = \sum_{j \in CP} q_{ijk} \quad k \in ST, i \in HP$$

$$(t_{j,k} - t_{j,k+1})F_j = \sum_{i \in HP} q_{ijk} \quad k \in ST, j \in CP$$

determina las temperaturas

Formulación: Modelo MINLP

3. Asignación de las temperaturas de entrada de la superestructura

$$\begin{aligned}TIN_i &= t_{i,1} \\ TIN_j &= t_{j,NOK+1}\end{aligned}$$

las temperaturas de suministro de las corrientes se asignan a las temperaturas de entrada a la superestructura

4. Factibilidad de las temperaturas

$$t_{i,k} \geq t_{i,k+1} \quad k \in ST, i \in HP$$

$$t_{j,k} \geq t_{j,k+1} \quad k \in ST, j \in CP$$

$$TOUT_i \leq t_{i,NOK+1} \quad i \in HP$$

$$TOUT_j \geq t_{j,i} \quad j \in CP$$

especifica el crecimiento monótono de la temperatura en cada etapa

Formulación: Modelo MINLP

5. Carga de los servicios calientes y fríos

$$\begin{aligned}(t_{i,\text{NOK}+1} - \text{TOUT}_i)F_i &= qcu_i & i \in \text{HP} \\ (\text{TOUT}_j - t_{j,1})F_j &= qhu_j & j \in \text{CP}\end{aligned}$$

los requerimientos para cada corriente del proceso se determinan en términos de las temperaturas de salida en la última etapa

6. Restricciones lógicas

$$\begin{aligned}q_{ijk} - \Omega z_{ijk} &\leq 0 & i \in \text{HP}, j \in \text{CP}, k \in \text{ST} \\ qcu_i - \Omega zcu_i &\leq 0 & i \in \text{HP} \\ qhu_j - \Omega zhu_j &\leq 0 & j \in \text{CP} \\ z_{ijk}, zcu_i, zhu_j &= 0,1\end{aligned}$$

son necesarias para la existencia o no de los emparejamientos

Formulación: Modelo MINLP

7. Cálculo de las temperaturas mínimas

$$dt_{ijk} \leq t_{i,k} - t_{j,k} + \Gamma(1 - z_{ijk}) \quad k \in ST, i \in HP, j \in CP$$

$$dt_{ijk+1} \leq t_{i,k+1} - t_{j,k+1} + \Gamma(1 - z_{ijk}) \quad k \in ST, i \in HP, j \in CP$$

$$dtku_i \leq t_{i,NOK+1} - TOUT_{CU} + \Gamma(1 - zcu_i) \quad i \in HP$$

$$dthu_j \leq TOUT_{HU} - t_{j,1} + \Gamma(1 - zhu_j) \quad j \in CP$$

las temperaturas mínimas son necesarias para calcular las superficies

se utilizan las variables binarias para activar y desactivar las restricciones asociadas a estas temperaturas

Comparación entre la síntesis secuencial y la simultánea

La principal ventaja de la síntesis secuencial es la posibilidad de dividir el problema en subproblemas más pequeños y fáciles de manejar. Estos subproblemas dependen del objetivo que nos interesa alcanzar

La principal ventaja de la síntesis simultánea es que todos los compromisos o diferentes objetivos se tienen en cuenta y se tratan de manera simultánea

Conclusiones (intercambiadores)

SECUENCIAL

1. **Minimizar el consumo de los servicios**, teniendo como restricciones únicamente los balances en cada intervalo de temperatura y la no negatividad de las variables (LP)
2. **Minimizar el coste de servicio imponiendo restricciones sobre los emparejamientos**, además de las restricciones sobre los balances en todos los nodos donde se realiza un intercambio dentro del intervalo, y la no negatividad (LP)
3. **Minimizar el número de unidades**, teniendo como restricciones los balances en los nodos internos del intervalo, restricciones lógicas (existencia o no de las variables continuas) (MILP)
4. **Minimizar el coste de inversión**, teniendo como restricciones los balances, la definición de las temperaturas y su factibilidad, no negatividad de las variables (NLP)

Conclusiones (intercambiadores)

SIMULTÁNEA

Minimizar el coste total anual de la red, o sea, el coste de las superficies, el coste fijo de las unidades y el coste de servicios. Teniendo como restricciones los balances de masas y energía para cada corriente y en cada etapa de la superestructura, la determinación de las temperaturas mínimas y su factibilidad, las cargas de los servicios y las restricciones lógicas. (MINLP)

Algoritmos de solución

Problema Primario

$$\begin{aligned} \min_x & f(x, y^k) \\ \text{s.a.} & \\ & h(x, y^k) = 0 \\ & g(x, y^k) \leq 0 \\ & x \in X \subseteq R^n \end{aligned}$$

Problema Master

$$\begin{aligned} \min_y & f(x^k, y) \\ \text{s.a.} & \\ & h(x^k, y) = 0 \\ & g(x^k, y) \leq 0 \\ & y \in \{0,1\} \end{aligned}$$

GBD; OA, etc.

Bibliografía

- Systematic Methods of Chemical Process Design, (Biegler, Grossmann, Westerberg, 1997)
- Nonlinear and Mixed-Integer Optimization. (Floudas, 1995)
- Artículos que se presentarán en clases.